

ESBOÇOS DE CURVAS NAS FUNÇÕES LINEARES E FUNÇÕES QUADRÁTICAS UTILIZANDO REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

*Paula Regina Danese Camargo
Darci Martinello²*

RESUMO: A educação é alvo recente de preocupações, debates e investimentos por parte dos governos, empresários e da sociedade como um todo. Atualmente é discutida a importância de se repensar as práticas pedagógicas para enfrentar os desafios provenientes da globalização, da revolução nas tecnologias de comunicação e informação e do encaminhamento para uma sociedade interdependente. Sabendo que a matemática é a raiz e ao mesmo tempo a mola propulsora deste processo, se faz necessário instrumentalizar os indivíduos de modo a preservar sua autonomia e torná-lo agente ativo na sociedade. Infelizmente nota-se na maioria dos educandos, certa dificuldade na compreensão dos tópicos abordados em matemática, mas afinal ao que se deve essa incompreensão? Como acontece a efetiva abordagem de assuntos matemáticos? Para Raymond Duval essas respostas podem ser obtidas através da utilização de uma nova estratégia de aprendizagem em que a matemática se evidencia através dos registros de representações semióticas, afinal o objeto matemático só é acessível com a utilização de algum sistema de representação. Assim pretendeu-se nesse trabalho verificar a viabilidade de aplicar a teoria de Duval no estudo de esboços de curvas nas funções lineares e funções quadráticas utilizando registros de representações semióticas. O que se pode perceber é que essa metodologia tem grande relevância quando usada no ensino da matemática, mas deve ser um trabalho contínuo e iniciado ainda nas séries iniciais, para que o aluno aprenda vivenciando o real sentido das representações semióticas e que seja capaz de reconhecer e converter um objeto matemático em várias representações.

Palavras - Chave: Educação matemática. Representações semióticas. Funções lineares e quadráticas.

ABSTRACT: Education is target of recent concerns, debates and investments by governments, employers and society as a whole. Today is discussed the importance of rethinking the teaching practices to meet the challenges arising from globalization, the revolution in the technologies of communication and information and referral to an interdependent society. Knowing that the math is the root while propelling the spring of this process, is necessary to exploit the individuals in order to preserve its autonomy and make it active agent in society. Unfortunately there is in most learners, feels some difficulty in understanding the topics in mathematics, but after all that is due to this misunderstanding? As the effective approach of mathematical subjects? For Raymond Duval those answers can be obtained through the use of a new strategy for learning where the mathematics is evidenced by the records of representations semiotics, after all the mathematical object is accessible only with the use of any system of representation. Once that stage was intended to verify the feasibility of applying the theory of Duval. What can we realize is that this methodology has great value when used in the teaching of mathematics, but must be initiated and continued work still in the initial series, so that the student living learn the real meaning of the representations and semiotics that is capable of recognizing and convert a mathematical object in several of these representations.

Keyword: Education mathematics. Representations semiotics. Linear and quadratic functions.

INTRODUÇÃO

O avanço tecnológico e os meios de comunicação trouxeram grandes transformações na sociedade, houve inversão de valores e mudança no comportamento das pessoas. Essa transformação também reflete na escola. Para os educandos os tópicos abordados nessa disciplina são, de modo geral, desconectados de sua realidade. Por esses e outros motivos muitos professores buscam recursos e procedimentos metodológicos para abordarem os conteúdos matemáticos e assim deixá-los mais acessíveis aos discentes facilitando o processo de ensino e aprendizagem.

A matemática sempre esteve presente, mesmo sendo considerada complexa e, muitas vezes, sem sentido. Nasceu e evoluiu justamente das necessidades humanas, da vivência dos indivíduos. O progresso de várias civilizações dependeu do desenvolvimento matemático assim como o desenvolvimento matemático só foi possível a partir da evolução do homem. Desta maneira ela acompanha a humanidade desde sua origem sendo um fator ímpar para sociedade em todos os aspectos, principalmente, nos níveis social e tecnológico. Assim a disciplina de matemática vai muito além de uma simples matéria na escola, pois ela não só oportuniza o educando a aprender o que já foi desenvolvido para utilizar em sua vida, como também possibilita que o indivíduo crie a partir do que já se conhece.

No entanto, durante muito tempo foi designada e até certo ponto direcionada ao interesse de poucos, discriminando grande parcela da população já que o conhecimento desta serve como filtro social, pois considera-se bom quem compreende os princípios matemáticos e quem não sabe não o é.

Desde que se trabalha no processo pedagógico de ensinar, nota-se na maioria dos educandos, sente certa dificuldade na compreensão dos tópicos abordados em matemática, mas afinal ao que se deve essa incompreensão? Como acontece a efetiva abordagem de assuntos matemáticos? Para Raymond Duval, essas respostas podem ser obtidas através da utilização de uma nova estratégia de aprendizagem em que a matemática evidencia através dos registros de representações semióticas.

Segundo essa teoria, o aluno só consegue compreender realmente um objeto matemático a partir do momento que é capaz reconhecê-lo em diversas formas de registro. Nas séries finais dos cursos de ensino fundamental e médio isso se torna mais evidente, pois nesta fase o objeto matemático se abstrai e é, aparentemente, desconectado da realidade dos alunos, como por exemplo, tópicos geométricos, funções, conjuntos, progressões, matrizes, probabilidade, entre outros.

As representações semióticas são os diversos sistemas de registros que podem ser adotados para representar um objeto matemático, dos quais se tornam essências no processo ensino e aprendizagem, pois segundo a nova teoria de Duval, todo o modo do pensar, do refletir e do visualizar a matemática está intrinsecamente ligado às representações semióticas. O aluno deve saber diferenciar o objeto matemático de suas representações e somente a partir do momento que o ele for capaz de reconhecer um objeto matemático em diferentes formas de registros ou, até mesmo converter de um modo de representação para outro, é que o educando terá compreendido o conteúdo matemático.

A compreensão dos tópicos abordados nesta disciplina, de modo geral, ocorre no caso dos monoregistros. Em face disto existe, até certo ponto por falta de informações, o enclausuramento de registro que impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes. Isso limita consideravelmente a capacidade dos educandos usar os conhecimentos já apreendidos e ao mesmo tempo impede que ele promova novos conceitos.

Para esta proposta de trabalho foi utilizadas as idéias descobertas por Duval a fim de encontrar um meio para facilitar a construção do conhecimento de esboços de curvas nas funções lineares e funções quadráticas, já que num mundo globalizado e em pleno desenvolvimento tecnológico, onde se

exige competências e habilidades como criatividade e capacidade de solucionar problemas, se torna importante saber avaliar um determinado evento, facilitando assim a tomada de decisão nas várias circunstâncias do cotidiano.

Para Raymond Duval (2003), a atividade do objeto matemático se dá através de sua representação semiótica. No entanto, uma característica importante da matemática é a grande diversidade de representações que podem ser usadas para apresentar um mesmo objeto e, segundo Duval, só é possível haver uma efetiva compreensão quando o indivíduo reconhecer ou converter um objeto matemático em seus diferentes registros.

Muitas vezes a matemática é classificada como o “bicho papão” nas salas de aulas. A esse respeito é possível correlacionar as afirmações de Celso Antunes e de Duval (2003), quando este diz que para compreender e saber de onde surgem as dificuldades que os alunos têm em entender a matemática é preciso ir além do campo matemático e de sua história. Muitas vezes argumenta-se que o aluno não aprende porque o aluno não tem interesse, os pais não auxiliam, ou até mesmo, pela complexidade epistemológica do conteúdo exposto. Porém tal abordagem não é suficiente, pois toda área de conhecimento como a biologia, a astrologia, e outras, desenvolve um contingente de conceitos mais ou menos complexos. A diferença entre a atividade cognitiva requerida pela matemática e aquela requerida pelas outras ciências não se deve ser procurada nos conceitos, mas nas duas características seguintes:

1. A importância primordial das representações semióticas – É suficiente observar a história do desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático. Ora a importância das representações semióticas se deve a duas razões fundamentais. Primeiro, há o fato de que as possibilidades de tratamento matemático dependem do sistema de representação utilizado (...). Há a seguir, o fato de que os objetos matemáticos, começando pelos números, não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. O acesso aos números está ligado à utilização de um sistema de representação que os permite designar.
2. A grande variedade de representações semióticas utilizadas em matemática – Além dos sistemas de numeração, existem as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural, mesmo se ela é usada de outra maneira e não a linguagem corrente (DUVAL, 2003. p. 13 e 14).

Para reforçar algumas afirmações de Duval, Maria Reményi diz que a literatura matemática de antigamente era, pelo menos à primeira vista, mais compreensível e acessível do que hoje, pois para descrever os objetos matemáticos e suas relações, os autores utilizavam a linguagem corriqueira de então.

A moderna linguagem de fórmulas, que impõe vários obstáculos intransponíveis para muitos leigos, contribui para a pouca popularidade da disciplina. |Sua existência se deve não a uma necessidade de proteção de segredos, ao contrario, ela é assim pela necessidade de clareza. A história mostra que os símbolos surgiram para melhor formular hipóteses e argumentos, e com isso ganhar enfoques novos e mais precisos.

MATERIAL E MÉTODOS

Esta proposta de trabalho consta de uma fundamentação referente a teoria de Registros de Representação Semiótica criada e desenvolvida pelo filósofo e psicólogo Raymond Duval e a sua

aplicação no tópico matemático relacionado ao esboço de curvas das funções lineares e funções quadráticas.

Tanto a parte relativa desta teoria quanto a sua aplicação na abordagem de esboços de curvas, especificamente relacionada aos tópicos matemáticos funções lineares e funções quadráticas, foi desenvolvidos em três turmas de alunos do ensino médio. Trabalhou-se, ao mesmo tempo, a teoria e a prática, num período de doze horas/aula de atividades relativas a tema proposto para cada turma.

Em geral, no ensino médio as funções quadráticas são estudadas em dois momentos diferentes: o primeiro, como uma curva obtida caracterizada pelo lugar geométrico; o segundo, uma curva obtida por meio de funções polinomiais do segundo grau com coeficientes reais ($y = ax^2 + bx + c$). Isto acontece da mesma forma nas funções lineares, encontra-se inicialmente a raiz que intercepta o eixo das abscissas e no outro momento, representam as funções em gráficos. Tanto um procedimento como o outro, são desenvolvidos de maneira desconexa, dando a impressão que o primeiro não tem nada relacionado com o segundo.

Nesta proposta de trabalho, em que o componente matemático a ser trabalhado é referente aos esboços de curvas, foram estudadas simultaneamente todos os seus elementos constitutivos, ou seja: as curvas que denotam o seu lugar geométrico, os vértices, os focos, as representações gráficas e as raízes de números positivos.

Em decorrência desta explicitação, observar-se-á nas funções lineares e funções quadráticas a translação que ocorre no momento em que a representação do esboço de uma curva para uma outra, propiciando com isso, uma boa explicação para a existência ou não de raízes reais. Em geral, para explicar a não existência da raiz, o aluno é convencido a aceitar a parte de que não é possível obter a raiz quadrada real de números negativos.

Ao longo da apresentação e da aplicação da teoria de registros de representação semiótica, levou-se em conta o aspecto cognitivo, quanto aos tratamentos dos esboços de curvas que são transformações dentro de um mesmo registro – no caso das funções lineares e funções quadráticas, completar as figuras geométricas e identificar a simetria dos elementos e como também as conversões que são as transformações de representações que consistem em mudar de registro, considerando os mesmos objetos denotados, ou seja: passar da escrita algébrica dos esboços das funções quadráticas às suas representações gráficas. A respeito Duval (2003, p. 21) pondera que “a compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro”.

Durante todo o trabalho foram feitas observações do processo das atividades realizadas na sala de aula. No término das atividades programadas relativas a teoria e sua aplicabilidade no conteúdo matemático referente aos esboços de curvas, foi realizada uma avaliação, abarcando questões relacionadas ao processo de apreensão, por parte dos alunos, deste componente matemático trabalhado e um questionário sobre a experiência pedagógica, com a intenção de verificar a opinião do aluno a respeito da estratégia de aprendizagem da matemática adotada.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O trabalho de pesquisa foi realizado três turmas do terceiro ano do ensino médio no Colégio Estadual Irmão Léo, que se localiza na Rua Odelir Godinho, número 204, localizada no Centro da cidade de Caçador.

Mario Fiorentini e Ângela Maria Amiorim citaram em um de seus artigos Carraher & Schilemann (1988) ao discursarem a respeito do lúdico na sala de aula e fizeram a seguinte afirmação:

[...] que "não precisamos de objetos na sala de aula, mas de objetivos na sala de aula, mas de situações em que a resolução de um problema implique a utilização dos princípios lógico-matemáticos a serem ensinados" (p. 179). Isto porque o material "apesar de ser formado por objetivos, pode ser considerado como um conjunto de objetos 'abstratos' porque esses objetos existem apenas na escola, para a finalidade de ensino, e não tem qualquer conexão com o mundo da criança" (p. 180). Ou seja, para estes pesquisadores, o concreto para a criança não significa necessariamente os materiais manipulativos, mas as situações que a criança tem que enfrentar socialmente. (FIORENTINI E MIORIM. Fonte: Boletim SBEM-SP, Ano 4 - nº 7).

Assim conhecer o meio onde o educando está inserido passa a ser uma informação da qual o professor pode usar de maneira construtiva, fazendo com que o aluno adquira habilidades necessárias para que ele consiga resolver essas situações que ele encontra ou encontrará no decorrer de sua vida. Sendo, em algumas circunstâncias, mais eficazes que os materiais manipulativos, pois o lúdico passa a ser a realidade do aluno.

Deste modo foi realizada uma pesquisa com alunos a fim de conhecer a realidade em que eles estão inseridos, para que se usasse esses dados como instrumento importante na construção do conhecimento em questão. Assim foi elaborado um questionário no qual faziam várias perguntas sobre a vida deles. Com as respostas, foram feitas as inferências necessárias e depois organizados em gráficos.

A primeira pergunta que eles responderam foi a idade. Pôde-se perceber que a grande maioria esta na faixa etária pertinente a esta série e que dos que estão com a idade avançada, são os casos de alunos que já foram reprovados em alguma outra série, todavia nenhum deles estão refazendo o terceiro ano.

Também foi indagado aos alunos a respeito de sua estrutura familiar. Mais de sessenta por cento das famílias são estruturadas com pai mãe e irmãos, os outros se dividem em famílias estruturadas com pais separados (vivem apenas com o pai ou mãe) e responsáveis com outra ordem de parentesco (avós, tios, etc.).

Por se tratar de adolescentes, a participação dos pais na vida escolar dos alunos é praticamente nula, pois eles acham que já não são mais responsáveis por esta parte da vida de seus filhos, o que constitui num erro. Apesar dos educandos já terem desenvolvido alguma criticidade e estarem conscientes que o mercado de trabalho exige maior grau de escolaridade, nem sempre eles conseguem administrar isso de maneira correta e ainda precisam da orientação dos pais, mesmo que eles pensem ao contrário.

Também foi abordado a respeito da profissão dos responsáveis dos educandos. São bastante variadas as atividades praticadas pelos pais, existem os que são assalariados, funcionários das empresas, comércios locais e agricultores. Há também os autônomos que fazem trabalhos de pintor, pedreiro, eletricista, serviços gerais e alguns poucos são donos de pequenas empresas.

A profissão do responsável é um fator importante, pois influência diretamente na educação do jovem visto que ela depende das orientações e dos exemplos dados em casa. Obviamente pessoas que trabalham no comércio têm uma visão de mundo e um cotidiano distinto daquele que trabalha numa fábrica, assim como existem diferenças no modo de pensar e agir do autônomo em relação ao comerciante ou do operário ou daquele que já fez sua parte para a sociedade capitalista e agora está desfrutando da aposentadoria, muitas vezes modesta. Uma não está mais certa que a outra, cada um está coerente com seu modo de vida e com meio em que vive. Mas certamente essas diferenças têm

consequências gritantes dentro da sala de aula. Além de poder ser um norte para o adolescente que está na fase de decidir sua vida profissional.

A renda familiar média entre dois e três salários mínimos, entretanto é notável que existem famílias que têm um padrão de vida mais alto, mas não podemos afirmar que existam aqueles que são submetidos a uma renda muito baixa, até porque há um número significativo de alunos que já atuam no mercado de trabalho contribuindo, assim, financeiramente em casa.

Um dos objetivos deste trabalho foi ensinar aos alunos conceitos de função utilizando os registros de representação semiótica. No entanto de nada adianta repassar informações a eles se não ensinarmos para que serve esses conhecimentos, além disso um dos papéis da escola e do professor é formar aluno cidadão, assim se torna de extrema relevância articular o conteúdo com o cotidiano dele ressaltando a ética e a cidadania.

BORGES (2008) vem ao encontro desta idéia quando afirma que “compreender e fazer Matemática exige muito mais do que a aprendizagem de algoritmos e a sua aplicação na resolução de problemas.” Portanto, ao se considerar uma proposta de Educação Matemática, deve-se possibilitar a construção de conceitos em situações significativas, onde deverá haver a interação dos conceitos matemáticos com os não-matemáticos, dos conceitos cotidianos com os científicos, dando, assim, mais significado ao ensino de Matemática.

Após as explicações iniciais, foi mostrado para eles as maneiras de registrar alguns objetos matemáticos dos quais já haviam visto na escola, como por exemplo, produtos notáveis até porque o domínio deste conteúdo é importante para essa abordagem de funções. Há diversas maneiras de representar um objeto matemático. Na sala de aula foi evidenciada a linguagem algébrica, natural e figural. Durante as explicações os alunos estavam atentos e participativos.

Desta maneira foi explicitado o que são as representações semióticas e quais são as vantagens que isso pode trazer ao trabalhar principalmente na linguagem algébrica, pois muitos alunos sentem dificuldade em entender o objeto matemático nos livros ou artigos por se encontrar predominantemente em linguagem algébrica.

No primeiro contato com os conceitos de representações, os educandos sentiram muitas dificuldades e acharam diferente, pois não tinham visto isso até então. Contudo, após vários exercícios e atividade eles foram assimilando.

Como o domínio de produtos notáveis e fatoração (que é a operação inversa de produtos notáveis) é importante para esse tipo de abordagem foi feita uma revisão deste conteúdo, – utilizando as representações semióticas – foi possível constatar que os educando tinham uma grande defasagem deste. A maioria não se lembrava ou nunca tinha visto, o que dificultou o alcançar plenamente o objetivo deste trabalho.

Ao entrar no cálculo de função propriamente dito, percebeu-se que houve facilidade na compreensão deste, pois a grande maioria havia compreendido bem a dependência de uma variável em relação a outra. Obviamente que houveram algumas dificuldades, mas isso é normal levando em consideração que este é um conteúdo que exige raciocínio e lógica. Após as explanações eles fizeram algumas atividades relacionadas ao tema. Os educandos sempre faziam as atividades em pequenos grupos e se ajudavam mutuamente.

Neste mesmo dia fizeram um pequeno trabalho para entregar, de modo geral, conseguiram fazer os exercícios sem maiores dificuldades.

O resultado foi satisfatório e que apesar das dificuldades iniciais, eles tiveram um bom entendimento da relação existente entre a diferença de valores de uma grandeza e de como representar

isto. A maioria teve um bom desempenho no trabalho o que causa motivação para que eles continuem a participar e se inteirar mais nas aulas. É bastante gratificante poder ver o desenvolvimento de uma turma e saber que eles estão compreendendo e até mesmo participando do que é feito durante as aulas.

Na ultima aula foi realizada uma avaliação englobando os conteúdos e acredito que o resultado tenha sido significativo, como mostra o gráfico abaixo.



Gráfico 6: Notas dos alunos na avaliação envolvendo todo o conteúdo
Fonte: (PAULA, 2008).

Ao final das atividades eles responderam um pequeno questionário do qual deveriam expor sua opinião sobre o trabalho desenvolvido. Houve críticas e elogios. Muitos alunos relataram ter gostado do trabalho e que achou as aulas bem interessantes, em compensação teve os educandos que descreveram não ter gostado, felizmente apenas pouquíssimos alunos descreveram isso.

A teoria de Duval afirma que só há compreensão, não apenas quando o indivíduo é capaz perceber a diferença entre o objeto matemático e sua representação, mas também quando consegue converter uma representação para outra. Todavia o ensino que se encontra na grande maioria dos colégios esta centrado apenas no monorregistro, neste sentido foi possível perceber que os alunos do terceiro ano tiveram algumas dificuldades em diferenciar, já que não haviam se deparado com esse tipo de situação. Com o decorrer das aulas a turma foi se familiarizando com as conversões, assim já conseguia manusear melhor as atividades propostas.

Obviamente o tempo das atividades foi muito curto para que eles adquirissem o domínio das representações, mas foi possível fazê-los vislumbrar a matemática de uma outra maneira.

O ideal seria que os alunos aprendessem ainda nas séries iniciais a diferenciar o objeto de sua representação bem como as várias possibilidades de conversões, porém deve-se considerar que esta ainda é uma teoria incipiente e deve ser difundida e amadurecida em primeiro plano entre os próprios docentes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar de se falar muito em novas estratégias de ensino da matemática, são poucos os professores que se dispõem a buscar meios para esclarecer como realmente se dá as atividades cognitivas relacionadas a essa disciplina.

A matemática, diferentemente das outras disciplinas, necessita de uma representação para tornar acessível o objeto matemático. Assim para Raymond Duval, a atividade do objeto matemático se dá através de sua representação semiótica. No entanto, uma característica importante da matemática é a grande diversidade dessas representações que podem ser usadas para apresentar um mesmo objeto e, segundo Duval, só é possível haver uma efetiva compreensão quando o indivíduo reconhecer ou converter um objeto matemático em seus diferentes registros. Em face disto, foi abordada a questão de como trabalhar probabilidade utilizando os registros de representações semióticas.

Este trabalho de pesquisa caminhou na tentativa de verificar a teoria de Duval no ensino de esboço de curvas de funções lineares e quadráticas, sendo que essa área da matemática é, muitas vezes, esquecida ou ensinada de modo superficial entre os conteúdos curriculares. Neste trabalho oportunizou buscar meios para adequar a teoria de Duval com um dos conteúdos que contém na grade curricular, mostrando assim que é possível adaptar esta teoria aos tópicos matemáticos que devem ser abordados pelo professor na sala de aula.

Para que os resultados desta estratégia sejam significativos é necessário um trabalho contínuo e iniciado ainda no ensino fundamental, para que o aluno aprenda vivenciando o real sentido das representações semióticas e que seja capaz de reconhecer um objeto matemático em várias delas. Todavia, o professor não pode subjugar seu trabalho baseado em uma única estratégia de ensino tendo que lançar mão de vários artifícios para que o aluno compreenda e seja capaz de construir novos conceitos a partir das referências que ele já possui.

De acordo com o desempenho dos alunos no decorrer da aplicação deste trabalho, constatou-se que eles terminaram as atividades conseguindo associar os diferentes tipos de registros de representação semiótica, bem como reconhecer uma função linear ou quadrática. Todavia não é possível afirmar que todos os alunos tenham compreendido claramente as relações pertinentes a este trabalho, nem sempre a articulação do registro estava associada ao significado, isso se deve a metodologia utilizada ser incipiente e a alguns conceitos primordiais não serem trabalhados com a devida importância nos conteúdos curriculares.

Não é possível mudar a concepção dos alunos em tão em pouco tempo já que está enclacrado em seus conhecimentos, que vem sendo construído durante anos, apenas o monorregistro. Assim esta metodologia deve ser abordada e trabalhada ainda nas séries iniciais para que conceitos como conversão, tratamento, demonstração e outros sejam fomentados em seu saber epistemológico.

Este trabalho tornou ainda mais evidente que está na educação a possibilidade de uma sociedade melhor. O professor é o principal intermediador desse processo, pois ele é o exemplo, o mestre, aquele que os alunos julgam ser correto. Desta forma o docente é grande formador de opiniões, de personalidade e de valores. Assim a nossa contribuição é muito importante para a comunidade em vários aspectos, mas essa contribuição não tem efeito hoje, não é imediata. É preciso fazer o melhor possível e acreditar, pois os resultados dos esforços do educador virão ao longo dos anos, no decorrer do trabalho. Deste modo é preciso ter coragem, determinação, disposição, paciência e sobre tudo amor.

REFERÊNCIAS

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Educação Matemática**. São Paulo: Editora Moraes Ltda.

BORGES, M. **Laboratório de educação matemática**. Anais dos Congressos de Pedagogia, Brasil, 014 08 2008.

BRANDT, Celia Finck. **Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração.** 2005. f. 244. Tese (Doutorado em educação científica) – Curso Pós Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC.

DUVAL, R. **Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. (Organizadora Sílvia Dias Alcântara Machado). Campinas, SP: Papirus, 2003.

FIorentini, Dario; Miorim, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática.** In: Boletim SBEM-SP, Ano 4 - nº 7. Disponível em <http://www.matematicahoje.com.br/telas/sala/didaticos/recursos_didaticos.asp?aux=C>. Acesso em: 03 de maio. 2008.

MORETTI, Mérciles. **A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais.** In: **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.** (Organizadora Sílvia Dias Alcântara Machado). Campinas, SP: Papirus, 2003.

REMÉNYI, Maria. **A História do Símbolo.** Scientific American Brasil. São Paulo, edição especial, n. 15, p. 32, 33, mensal.

SAVIANE, Dermeval. **Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações.** 2.ed. São Paulo: Cortez Editora, 1991.